

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**ΕΝΟΤΗΤΑ 1-2. ΑΞΙΟΣΗΜΕΙΩΤΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ-ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ-ΡΗΤΕΣ ΑΛΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ**

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα.

$$(α) (x+7)^2 = \quad (β) (\mu+\nu)^3 = \quad (γ) (\omega-2\kappa)^3 = \quad (δ) (6\alpha-\beta)^2 =$$

$$(ε) (5\omega+3)(5\omega-3) = \quad (στ) (-3x^3+y)^2 = \quad (ζ) (2+x)(2-x) =$$

2. Να εκτελέσετε τις ακόλουθες πράξεις, με χρήση των ταυτοτήτων.

$$(α) (2x+3)^3 - 2x(4x^2+27) = \quad (β) (2x+1)^2 - (3x-2)^2 - (2x+5)(5-2x) =$$

3. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\left(\frac{2x^2+3y}{2}\right)^2 - \left(\frac{3y-2x^2}{2}\right)^2 = 6x^2y$$

4. Να αποδείξετε ότι το ακόλουθο πολυώνυμο είναι ανεξάρτητο του x, με χρήση των ταυτοτήτων.

$$P(x) = (2x-5)^2 + (x+10)^2 + 5(2-x)(2+x)$$

5. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις:

$$(α) 5\alpha - 5\beta = \quad (β) x^2 - 16 = \quad (γ) x^2 - 8x + 12 = \quad (δ) x^3 - 8 = \quad (ε) 5x^4 - 5x^2 =$$

$$(στ) 8x - ay + ax - 8y = \quad (ζ) 25x^2 + 40xy + 16y^2 = \quad (η) x^3 - 2x^2 - 24x =$$

$$(θ) x^2 - 6x + 9 + xy - 3y = \quad (ι) (\omega+3)x^2 - (\omega+3)y^2 =$$

6. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

$$(α) (x+4)(x-9) = 0 \quad (β) x^3 - 25x = 0 \quad (γ) 2x^2 - 5x + 5 = 3$$

7. Να βρείτε τις τιμές για τις οποίες ορίζεται η πιο κάτω αλγεβρική παράσταση και να την απλοποιήσετε.

$$\frac{y^2-9}{y^2-2y-15} =$$

8. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(α) \frac{7}{6x} - \frac{11}{3x} + \frac{8}{9x} = \quad (β) \frac{x^2+4x}{x^2-4} \cdot \frac{x^2+5x+6}{x+4} = \quad (γ) \frac{y}{y+3} - \frac{18}{y^2-9} - \frac{y}{3-y} =$$

$$(δ) \frac{\alpha^2 - \alpha\beta}{\beta} \cdot \frac{1}{\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2} : \frac{\alpha}{\alpha\beta + \beta^2} = \quad (ε) \frac{\alpha}{6\beta^3} = \quad (στ) \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x} = \frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 8x + 16}$$

9. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$(α) \frac{x}{x+3} = \frac{1}{x-1} \quad (β) \frac{2y-1}{y^2-y-6} = \frac{1}{y+2} - \frac{1}{y^2-3y}$$

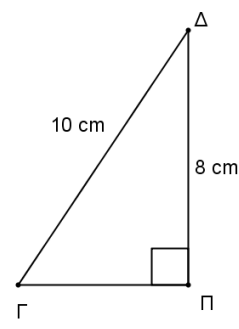
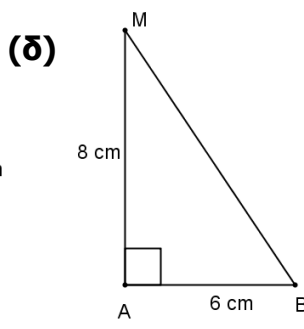
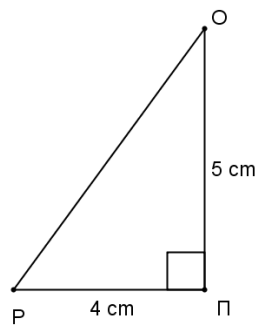
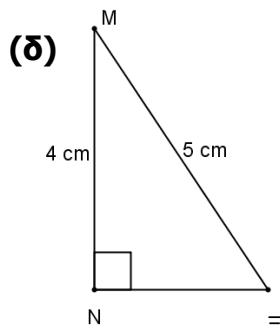
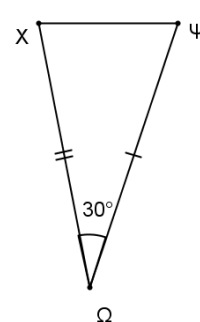
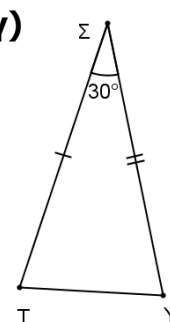
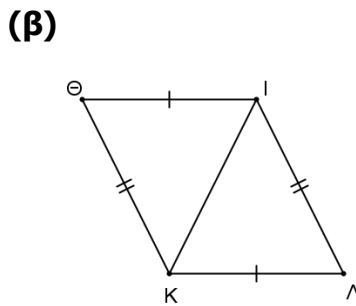
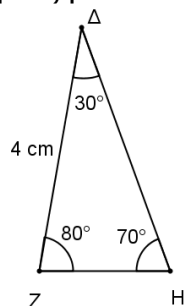
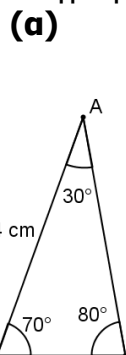
10. Αν μεταξύ των πλευρών α, β, γ του τριγώνου $AB\Gamma$ ισχύει:

$$\frac{\beta}{\alpha + \gamma} - \frac{\gamma}{\alpha + \beta} = 0$$

, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3. ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

11. Από τα στοιχεία που δίνονται σε κάθε ζεύγος τριγώνων, να εξετάσετε αν τα τρίγωνα είναι ίσα. Αν είναι **ίσα**, να γράψετε και **το κριτήριο** που χρησιμοποιήσατε. Αν όχι, να γράψετε τη λέξη **άνισα**.



12. Να χαρακτηρίσετε Σωστή (Σ), ή Λάθος (Λ) κάθε μία από τις ακόλουθες προτάσεις.

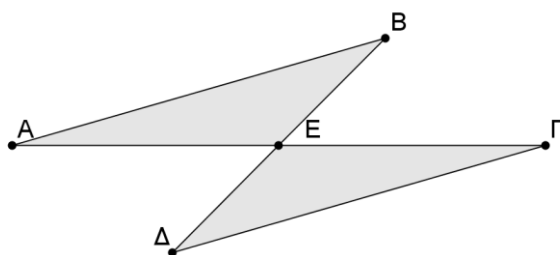
(α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες, τότε είναι ίσα. _____

(β) Σε δύο τρίγωνα, απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες. _____

(γ) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν τις δύο τους πλευρές ίσες, τότε είναι ίσα. _____

(δ) Το τρίγωνο με μήκη πλευρών 3cm, 5cm και 9cm είναι κατασκευάσιμο. _____

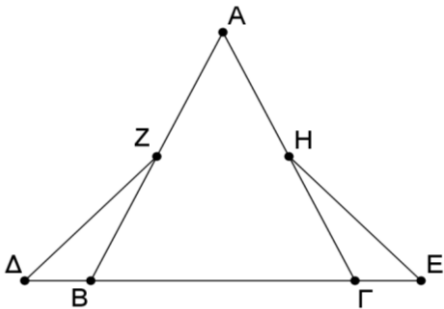
13.



Δεδομένα	Ζητούμενα
E: μέσο της ΑΓ	AB=ΓΔ
E: μέσο ΒΔ	

(Πλήρης αιτιολόγηση)

- 14.** Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ($AB=AG$), με $B\Delta$ και $ΓΕ$ ίσες προεκτάσεις της $BΓ$. Αν Z και H είναι τα μέσα των AB και AG αντίστοιχα, να δείξετε ότι $\Delta Z=EH$ (**Δεδομένα-Ζητούμενα-Πλήρης Αιτιολόγηση**).



- 15.** Σε τυχαίο τρίγωνο $ABΓ$ να σημειώσετε τα σημεία Δ και E πάνω στις πλευρές AB και AG αντίστοιχα ώστε $A\Delta=AE$. Αν M είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΔE , να δείξετε ότι $AM \perp \Delta E$. (**Δεδομένα-Ζητούμενα-Σχήμα. Πλήρης αιτιολόγηση**)

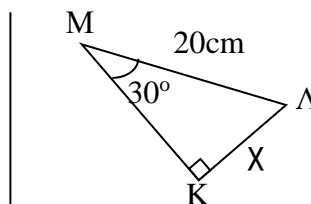
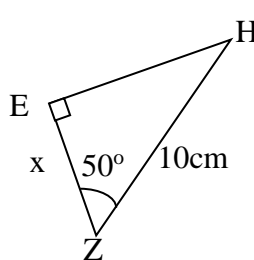
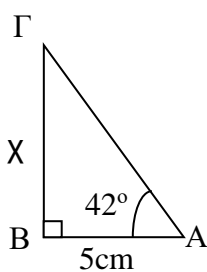
ΕΝΟΤΗΤΑ 4. ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

- 16.** Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να είναι σωστές οι ισότητες:

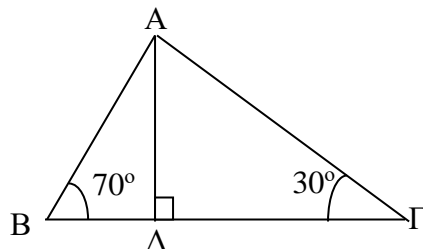
(α) $\eta\mu 24^\circ = \sigma\upsilon\nu \dots$ **(β)** $\epsilon\phi 10^\circ = \dots 80^\circ$ **(γ)** $\sigma\phi \dots = \dots 45^\circ$ **(δ)** $\sigma\upsilon\nu \dots = \dots 8^\circ$

- 17.** Δίνεται το τρίγωνο $ABΓ$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Αν $BΓ = 10\text{cm}$ και $AG = 6\text{cm}$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\hat{\Gamma}$.

- 18.** Να υπολογίσετε την πλευρά x στα πιο κάτω ορθογώνια τρίγωνα.



- 19.** Στο τρίγωνο $ABΓ$ η $AB=6\text{cm}$ και η AG με 10cm . Αν $\hat{B} = 70^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$, να υπολογίσετε τα ευθύγραμμα τμήματα $B\Delta$ και $\Delta\Gamma$, καθώς και το εμβαδόν του τριγώνου $ABΓ$.



- 20.** Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $ABΓ$ με ($\hat{A} = 90^\circ$) ισχύει η ταυτότητα:
 $\eta\mu^2\Gamma + \sigma\upsilon\nu^2\Gamma = 1$

ΕΝΟΤΗΤΑ 5. ΕΥΘΕΙΑ-ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

- 21.** Να βρείτε τις **κλίσεις** των πιο κάτω ευθειών και να γράψετε όλα τα ζεύγη **παράλληλων** και **κάθετων** ευθειών που αναγνωρίζετε.

$$\varepsilon_1 : 3x + 6y = 17$$

$$\varepsilon_2 : y = 9$$

$$\varepsilon_3 : y = -2x + 4$$

$$\varepsilon_4 : 4x - 8y - 1 = 0$$

$$\varepsilon_5 : y = 7$$

$$\varepsilon_6 : x = 3$$

- 22.** Στο διπλανό ορθοκανονικό σύστημα αξόνων δίνονται οι γραφικές παραστάσεις **πέντε ευθειών**.

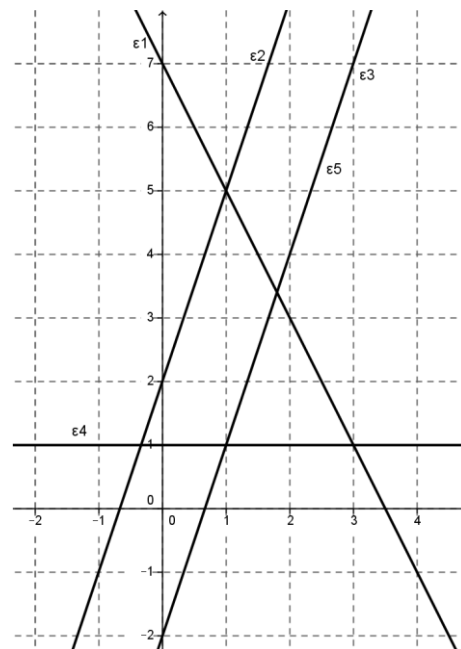
Να εξετάσετε αν τα ακόλουθα συστήματα έχουν **λύσεις** και **αν έχουν να τις αναφέρετε**.

(α) ε_1 και ε_4

(β) ε_3 και ε_5

(γ) ε_2 και ε_3

(δ) ε_1 και ε_2



- 23.** Δίνονται τα σημεία $A(0, -1)$, $B(3, 3)$ και $\Gamma(6, -1)$.

(α) Να δείξετε ότι τα πιο πάνω σημεία είναι κορυφές ισοσκελούς τριγώνου με κορυφή το B.

(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς BΓ.

(γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία A και Γ.

(δ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους BΔ.

(ε) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A και είναι παράλληλη προς την BΓ.

(στ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετης της BΓ.

- 24.** Να λύσετε τα πιο κάτω συστήματα:

(α)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 7x + 3y = 11 \end{cases}$$

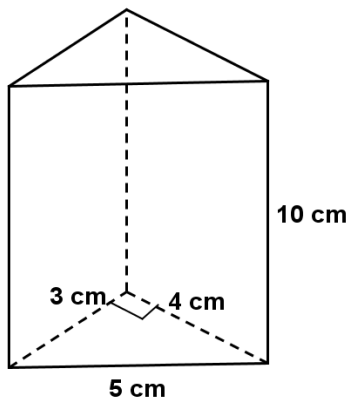
(β)
$$\begin{cases} 7\alpha - 3\beta = 23 \\ \alpha = -7 - 3\beta \end{cases}$$

(γ)
$$\begin{cases} 3x - 10y = -25 \\ 2x + 5y = -5 \end{cases}$$

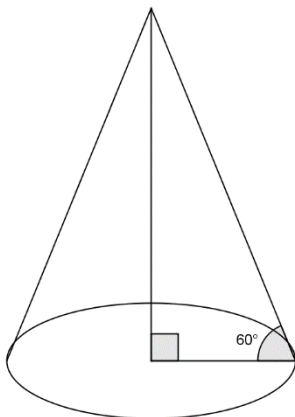
- 25.** Κάποιος αγόρασε 30 βιβλία από δυο είδη. Το πρώτο είδος στοιχίζει 5 ευρώ το ένα, και το δεύτερο είδος 3 ευρώ το ένα. Αν η συνολική αξία τους είναι 100 ευρώ, πόσα βιβλία αγοράστηκαν από κάθε είδος; (Να λυθεί με χρήση συστήματος).

ΕΝΟΤΗΤΑ 7. ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

26. Κύβος έχει διαγώνιο $\delta = 2\sqrt{3}$ cm. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας και τον όγκο του.
27. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις χ , 2χ , 4χ και $V=64\text{cm}^3$. Να βρεθούν οι διαστάσεις του, το μήκος της διαγωνίου του και η ολική του επιφάνεια .
28. Μια πισίνα σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου έχει μήκος 16m και πλάτος 4m. Για να γεμίσει η πισίνα αδειάζουμε σε αυτήν 24 ντεπόζιτα γεμάτα νερό. Αν τα ντεπόζιτα έχουν σχήμα κύβου ακμής 2m, να υπολογίσετε το βάθος της πισίνας.
29. Δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα με ακμή βάσης 10 cm και ύψος $u=12$ cm. Να υπολογίσετε το E_{π} , το $E_{ολ}$ και το V της πυραμίδας.
30. Ενός κώνου, η περίμετρος της βάσης του είναι $10\pi\text{cm}$ και ο όγκος του $100\pi\text{ cm}^3$. Να βρείτε το εμβαδόν της κυρτής και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του.
31. Ο όγκος κυλίνδρου είναι $100\pi\text{ cm}^3$ και η ακτίνα της βάσης του είναι 5 cm. Να υπολογίσετε: **(α)** Το εμβαδόν κυρτής επιφάνειας και **(β)** το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας του.
32. Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας και τον όγκο του ακόλουθου ορθού πρίσματος με τις δοθείσες διαστάσεις.



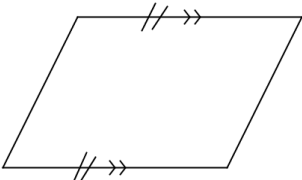
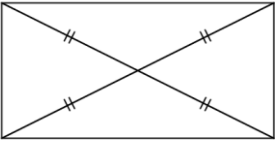
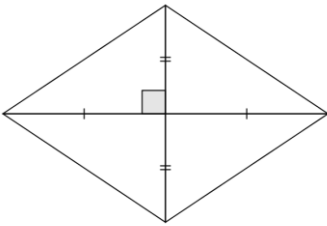
33. Δίνεται ο παρακάτω κώνος με εμβαδόν βάσης $E_{\beta} = 36\pi\text{ m}^2$ Να υπολογίσετε το εμβαδόν κυρτής επιφάνειας E_{κ} και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας $E_{ολ}$ του κώνου.



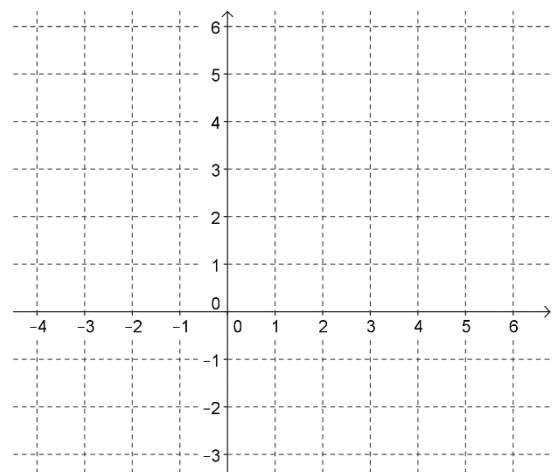
- 34.** Δεξαμενή πετρελαίου σχήματος **σφαίρας** έχει ακτίνα $18m$.
(α) Αν θέλουμε να τη γεμίσουμε τελείως χρησιμοποιώντας βυτιοφόρο **κυλινδρικού** σχήματος με διάμετρο $6m$ και ύψος $6m$, πόσες διαδρομές θα κάνει το βυτιοφόρο;
(β) Αν το πετρέλαιο στοιχίζει $\text{€}1,5$ το m^3 και το βυτιοφόρο χρεώνει $\text{€}20$ τη διαδρομή, πόσο θα μας στοιχίσει συνολικά το γέμισμα της δεξαμενής;

ΕΝΟΤΗΤΑ 9. ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ-ΤΡΑΠΕΖΙΑ

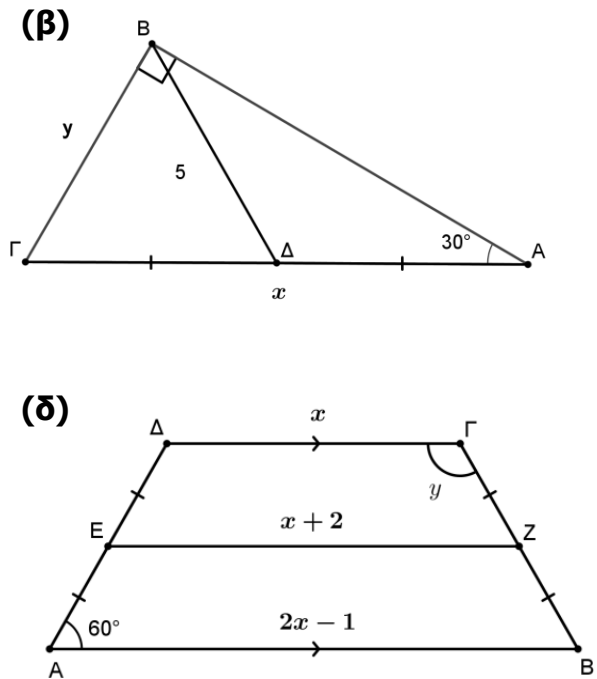
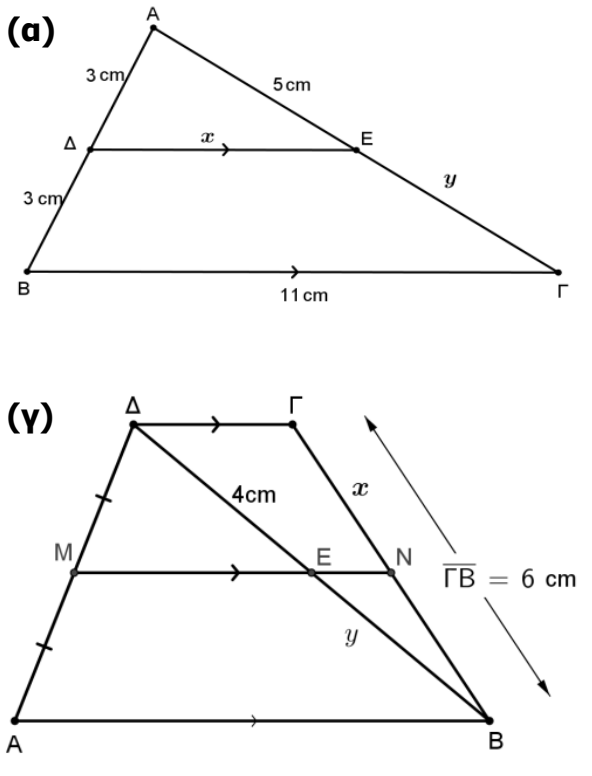
- 35.** Να συμπληρώσετε τον πίνακα. Αν συμπεράνετε ότι το τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο ή ορθογώνιο ή ρόμβος ή τετράγωνο, να γράψετε το αντίστοιχο κριτήριο στο αντίστοιχο κελί του πίνακα.

Σχήμα	Παραλ/μο	Ορθογώνιο	Ρόμβος	Τετράγωνο
				
				
				

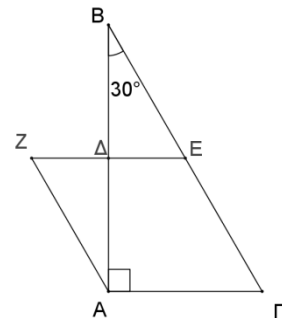
- 36.** Δίνονται τα σημεία $A(-3,2)$, $B(1,5)$, $\Gamma(2,2)$ και $\Delta(-2,-1)$. Αφού κατασκευάσετε το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$, να αποδείξετε ότι είναι παραλληλόγραμμο και να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του κέντρου του.



37. Να υπολογίσετε τα x και y στα πιο κάτω σχήματα.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



38. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 30^\circ$ και Δ, E τα μέσα των πλευρών AB και $BΓ$, αντίστοιχα. Το $Z\Delta$ είναι η προέκταση του ΔE κατά τμήμα $Z\Delta = \Delta E$. Να αποδείξετε ότι το $ΑΓΕΖ$ είναι ρόμβος.



39. Δίνεται ρόμβος $ΑΒΓΔ$. Φέρουμε την OM , όπου O είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του ρόμβου και M το μέσο της πλευράς AB . Προεκτείνουμε την OM κατά τμήμα $ME = OM$.

- Να δείξετε ότι:
- (α)** Το τρίγωνο OMA είναι ισοσκελές
 - (β)** Το τετράπλευρο $OBΕΑ$ είναι ορθογώνιο.